### GUÍA ECONOMETRÍA II.

PROFESOR: GUERRERO FLORES ALEJANDRO.

## 1. CONCEPTOS BASICOS DE SERIES DE TIEMPO 1.1 INTRODUCCIÓN

Toda institución, ya sea la familia, la empresa o el gobierno, tiene que hacer planes para el futuro si ha de sobrevivir y progresar. Hoy en día diversas instituciones requieren conocer el comportamiento futuro de ciertos fenómenos con el fin de planificar, prever o prevenir.

La planificación racional exige prever los sucesos del futuro que probablemente vayan a ocurrir. La previsión, a su vez, se suele basar en lo que ha ocurrido en el pasado. Se tiene pues un nuevo tipo de inferencia estadística que se hace acerca del futuro de alguna variable o compuesto de variables basándose en sucesos pasados. La técnica más importante para hacer inferencias sobre el futuro con base en lo ocurrido en el pasado, es el *análisis de series de tiempo*.

Son innumerables las aplicaciones que se pueden citar, en distintas áreas del conocimiento, tales como, en economía, física, geofísica, química, electricidad, en demografía, en marketing, en telecomunicaciones, en transporte, etc.

# Series De Tiempo Ejemplos

- 1. Series económicas:
- Precios de un artículo
- Tasas de desempleo
- Tasa de inflación
- Índice de precios, etc.
- 2. Series Físicas:
- Meteorología
- Cantidad de agua caída
- Temperatura máxima diaria
- Velocidad del viento (energía eólica)
- Energía solar, etc.
- 3. Geofísica: Series sismologías
- 4. Series demográficas:
- Tasas de crecimiento de la población
- Tasa de natalidad, mortalidad
- Resultados de censos poblacionales
- 5. Series de marketing: Series de demanda, gastos, ofertas
- 6. Series de telecomunicación:
- Análisis de señales
- 7. Series de transporte: Series de tráfico

Uno de los problemas que intenta resolver las series de tiempo es el de predicción.

Esto es dado una serie  $\{x(t1),...,x(tn)\}$  nuestros objetivos de interés son describir el comportamiento de la serie, investigar el mecanismo generador de la serie

temporal, buscar posibles patrones temporales que permitan sobrepasar la incertidumbre del futuro.

En adelante se estudiará cómo construir un modelo para explicar la estructura y prever la evolución de una variable que observamos a lo largo del tiempo. La variables de interés puede ser macroeconómica (índice de precios al consumo, demanda de electricidad, series de exportaciones o importaciones, etc.), microeconómica (ventas de una empresa, existencias en un almacén, gastos en publicidad de un sector), física (velocidad del viento en una central eólica, temperatura en un proceso, caudal de un río, concentración en la atmósfera de un agente contaminante), o social (número de nacimientos, matrimonios, defunciones, o votos a un partido político).

#### 1.2 DEFINICIÓN DE SERIE DE TIEMPO

En muchas áreas del conocimiento las observaciones de interés son obtenidas en instantes sucesivos del tiempo, por ejemplo, a cada hora, durante 24 horas, mensuales, trimestrales, semestrales o bien registradas por algún equipo en forma continua.

Llamamos *Serie de Tiempo* a un conjunto de mediciones de cierto fenómeno o experimento registradas secuencialmente en el tiempo. Estas observaciones serán denotadas por  $\{x(t1), x(t2), ..., x(tn)\} = \{x(t) : t \hat{1} T f R\}$  con x(ti) el valor de la variable x en el instante ti. Si T = Z se dice que la serie de tiempo es discreta y si T = R se dice que la serie de tiempo es continua. Cuando ti+1 - ti = k para todo i = 1,...,n-1, se dice que la serie es equiespaciada, en caso contrario será no equiespaciada. En adelante se trabajará con series de tiempo discreta, equiespaciadas en cuyo caso asumiremos y sin pérdida de generalidad que:  $\{x(t1), x(t2), ..., x(tn)\} = \{x(1), x(2), ..., x(n)\}$ .

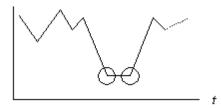
#### 1.3 PRIMER PASO AL ANALIZAR CUALQUIER SERIE DE TIEMPO

El primer paso en el análisis de series de tiempo, consiste en graficar la serie. Esto nos permite detectar las componentes esenciales de la serie.

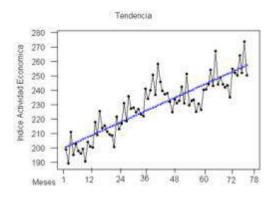
El gráfico de una serie permitirá:

a) Detectar Outlier: se refiere a puntos de la serie que se escapan de lo normal. Un outliers es una observación de la serie que corresponde a un comportamiento anormal del fenómeno (sin incidencias futuras) o a un error de medición. Se debe determinar desde fuera si un punto dado es outlier o no. Si se concluye que lo es, se debe omitir o reemplazar por otro valor antes de analizar la serie.

x f : Producción diaria



b) Permite detectar tendencia: la tendencia representa el comportamiento predominante de la serie. Esta puede ser definida vagamente como el cambio de la media a lo largo de un periodo



c) Variación estacional: la variación estacional representa un movimiento periódico de la serie de tiempo. La duración de la unidad del periodo es generalmente menor que un año. Puede ser un trimestre, un mes o un día, etc (ver figura 1.3).

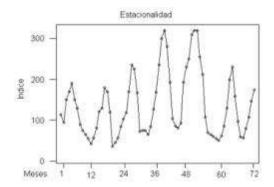
Matemáticamente, podemos decir que la serie representa variación estacional si existe un número **s** tal que  $x(t) = x(t + k \cdot -s)$ .

Las principales fuerzas que causan una variación estacional son las condiciones del tiempo, como por ejemplo:

- 1) en invierno las ventas de helado
- 2) en verano la venta de lana
- 3) exportación de fruta en marzo.

Todos estos fenómenos presentan un comportamiento estacional (anual, semanal, etc.)

Figura 1.3



d) Variaciones irregulares (componente aleatoria): los movimientos irregulares (al azar) representan todos los tipos de movimientos de una serie de tiempo que no sea tendencia, variaciones estacionales y fluctuaciones cíclicas.

## 2. MODELOS CLASICOS DE SERIES DE TIEMPO 2.1 MODELOS DE DESCOMPOSICIÓN

Un modelo clásico para una serie de tiempo, supone que una serie x(1), ..., x(n) puede ser expresada como suma o producto de tres componentes: tendencia, estacionalidad y un término de error aleatorio.

Existen tres modelos de series de tiempos, que generalmente se aceptan como buenas aproximaciones a las verdaderas relaciones, entre los componentes de los datos observados. Estos son:

1. Aditivo: X(t) = T(t) + E(t) + A(t)

2. Multiplicativo:  $X(t) = T(t) \cdot E(t) \cdot A(t)$ 

3. Mixto:  $X(t) = T(t) \cdot E(t) + A(t)$ 

Donde:

X(t) serie observada en instante t

T(t) componente de tendencia

E(t) componente estacional

A(t) componente aleatoria (accidental)

Una suposición usual es que A(t) sea una componente aleatoria o ruido blanco con media cero y varianza constante.

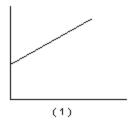
Un modelo aditivo (1), es adecuado, por ejemplo, cuando E(t) no depende de otras componentes, como T(t), sí por el contrario la estacionalidad varía con la tendencia, el modelo más adecuado es un modelo multiplicativo (2). Es claro que el modelo 2 puede ser transformado en aditivo, tomando logaritmos. El problema que se presenta, es modelar adecuadamente las componentes de la serie.

# 2.2.1 AJUSTE DE UNA FUNCIÓN

Los siguientes gráficos ilustran algunas de las formas de estas curvas.

1.T(t) = a + bt

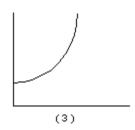
(Lineal)



 $2.T(t) = a e^{bt}$  (Exponencial)

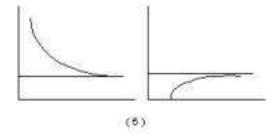


3.  $T(t) = a + b e^{bt}$  (Exponencial modificada)

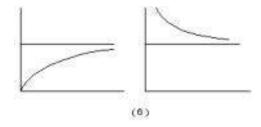


4.  $T(t) = b_0 + b_{1t}$ ,...,+  $b_{mt}$  m (Polinomial)

5.  $T(t) = \exp(a + b(rt))$  (Gompertz 0 < r < 1)



6. 
$$T(t) = (Logística)$$

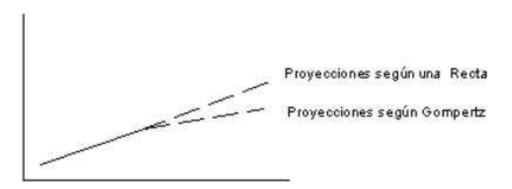


$$\frac{1}{a+b(r^2)} \text{ para } 0 < r < 1$$

### Nota:

- i. la curva de tendencia debe cubrir un periodo relativamente largo para ser una buena representación de la tendencia a largo plazo.
- ii. La tendencia rectilínea y exponencial son aplicable a corto plazo, puesto que una curva S a largo plazo puede parecer una recta en un período restringido de tiempo (por ejemplo).

Figura 2.2



En la figura 2.2 anterior, ambas curvas (recta y Gompertz) ajustan bien pero las proyecciones divergen enormemente a largo plazo.

#### PREGUNTAS TEORICAS (SERIES DE TIEMPO)

- 1. Explica en tus propias palabras qué es una "serie de tiempo".
- 2. ¿Por qué es importante el análisis de las series de tiempo en la economía? Argumenta y ofrece un ejemplo.
- 3. Enumera los distintos componentes que conforman una "serie de tiempo". Es importante que describas cada uno.
- 4. ¿Cuál es la diferencia entre los métodos cuantitativos y los métodos cualitativos para llevar a cabo pronósticos?
- 5. Ofrece tres ejemplos de métodos cualitativos y explica cada uno de ellos.
- 6. ¿Cuáles son las tres condiciones que deben existir para realizar pronósticos cuantitativos?
- 7. Se dice que hay dos enfoques para llevar a cabo pronósticos: el causal (explicativo) y el univariado (serie de tiempo). Describe cada uno de ellos y señala sus diferencias.

## Preguntas teóricas: (SERIES ESTACIONARIAS Y NO ESTACIONARIAS)

- 1. ¿Cuáles son las diferencias entre una serie de tiempo estacionaria y otra no estacionaria en términos de su media, varianza y covarianza? ¿Qué significa que una serie sea estrictamente estacionaria?
- 2. ¿Cuál es la importancia de trabajar con variables estacionarias en el análisis de series de tiempo?
- 3. ¿Cuáles son las características del llamado "ruido blanco"? ¿Por qué el término de error  $u_t$  en el modelo de regresión lineal clásico requiere estas propiedades?
- 4. Explica el término "raíz unitaria". Señala además qué sucede si el valor absoluto de  $\rho$  es menor a uno.
- 5. Responde las siguientes preguntas:
  - a) ¿A qué se le denomina (modelo de) caminata aleatoria? Además explica las propiedades de las caminatas aleatorias con o sin variaciones ("drift").
  - b) En un proceso estocástico de caminata aleatoria, la varianza es infinita. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?
- 6. Explica las diferencias entre la prueba Dickey-Fuller sencilla y la aumentada. Señala además por qué se les critica en cuanto a su tamaño y potencia.
- 7. Explica el término "raíz unitaria". Señala además qué sucede si el valor absoluto de  $\rho$  es menor a uno.
- 8. Responde las siguientes preguntas:
  - a) ¿A qué se le denomina (modelo de) caminata aleatoria? Además explica las propiedades de las caminatas aleatorias con o sin variaciones ("drift").
  - b) En un proceso estocástico de caminata aleatoria, la varianza es infinita. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?
- 9. Explica las diferencias entre la prueba Dickey-Fuller sencilla y la aumentada. Señala además por qué se les critica en cuanto a su tamaño y potencia.

# Preguntas teóricas:

- 1. Según el texto de Gujarati (capítulo 22), ¿cuáles son los cinco métodos principales para la predicción económica basados en series de tiempo? Es importante que expliques cada uno brevemente.
- 2. De acuerdo al texto de Makridakis y Wheelwright (capítulo 8), señala qué nos indica el análisis de las autocorrelaciones entre los rezagos de una serie temporal.
- 3. Enumera los pasos que debes seguir para aplicar el método de Box-Jenkins. Es importante que expliques cada paso brevemente.
- 4. ¿Puede ser aplicado el método de Box-Jenkins a series de tiempo no estacionarias? ¿Por qué?
- 5. Un modelo ARIMA se expresa como (p, d, q). Señala que denotan la "p", la "d" y la "q". ¿Cómo se conocen los modelos cuando p, d ó q adoptan el valor de cero de forma no simultánea?
- 6. Responde cada uno de los incisos de forma clara basándote en el texto de Pindyck:
  - a) Describe con tus propias palabras lo que entiendes por un proceso autorregresivo.
  - b) ¿Por qué se dice que este proceso tiene memoria infinita?
  - c) Señala, además, en notación matemática, cuál es la media, la varianza y la covarianza (para un rezago) de los procesos AR(1) y AR(2) y **comenta** brevemente sus diferencias.
- 7. Responde cada uno de los incisos de forma clara basándote en el texto de Pindyck:
  - a) Describe con tus propias palabras lo que entiendes por un proceso de media móvil.
  - b) ¿Por qué se dice que este proceso tiene una memoria limitada hasta por un periodo *k*?

c) Señala, además, en notación matemática, cuál es la media, la varianza y la covarianza (para un rezago) de los procesos MA(1) y MA(2) y **comenta** brevemente sus diferencias.

# Preguntas teóricas:

Utiliza los capítulos 17, 21 y 22 del libro de Gujarati, el capítulo 16 del libro de Pindyck, el capítulo 14 del libro de Maddala y el texto de Loría para sustentar tus respuestas.

- 1. Describe con tus propias palabras lo que entiendes por cointegración. Señala además cómo se relaciona este término con el concepto de "regresión espuria".
- 2. ¿Qué características presentará una combinación lineal de dos o más variables que estén cointegradas? Es importante que expliques por qué debe poseer estas características y qué implican en términos estadísticos (pista: ¿cómo deben ser los residuos según la metodología de MCO?).
- 3. ¿Cuál es el significado económico de la cointegración? Ilustra tu respuesta con un ejemplo.
- 4. ¿Para qué sirve el mecanismo de corrección de errores de Engle y Granger?
- 5. ¿Qué es un Vector Autorregresivo (VAR) y cuáles son sus virtudes y debilidades?
- 6. ¿Cuál es la finalidad de aplicar la prueba de causalidad de Granger?