

**Guía de Examen Extraordinario
Taller de Economía Cuantitativa II**

1) Definir

- a. ¿Qué es una función de dos variables?
- b. ¿Qué diferencia existe entre una función de dos variables y una función de una variable?
- c. Hacer una representación gráfica de una función de dos variables

2) Dibujar en un plano 3D las siguientes funciones

1) $3x + 2y + 2z = 5$	2) $x + 2y + 2z = 5$	3) $3x + y + 2z = 5$
4) $3x + 2y + z = 5$	5) $25x + 25y + 25z = 25$	6) $x + y + z = 10$

3) Encontrar el dominio y rango de cada una de las siguientes funciones

1) $f(x, y) = \frac{5x+3y}{4x+2y}$	2) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2y}$	3) $f(x, y) = \ln(2x + y - 8)$
4) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - 2y^2}$	5) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 8y - 4}$	6) $f(x, y) = \ln(2x + 9y)$
7) $f(x, y) = \frac{15x+6y}{5x+2y}$	8) $f(x, y) = \frac{x}{\ln(4x+2y)}$	9) $f(x, y) = \ln(x + y - 4)$

4) Resolver los siguientes límites

1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{xy}{x^2 + y^2} \right)$	2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right)$	3) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{2xy^2}{x^2 + y^2} \right)$
4) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{y^2}{x^2 + 3y^2} \right)$	5) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{2xy^2}$	6) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{x-y}{x^2 + y^2} \right)$

5) Resuelva el siguiente problema:

- a. Un empresario puede producir el Iphone X a un costo de \$500 dólares cada uno, así como un Galaxy S8 a \$400 dólares cada uno.
 - i. Exprese el costo total de producción mensual del empresario como función del número de Iphone X y del número de Galaxy S8 producidos.
 - ii. Calcule el costo total mensual si se producen 500 Iphone X y 600 Galaxy S8.
 - iii. El dueño de la empresa desea aumentar la producción de Iphone X en 100 al mes a partir el nivel indicado en el punto anterior. ¿Qué cambio debe hacerse en la producción mensual de Galaxy S8 para que el costo total mensual no cambie?

6) Calcular todas las derivadas parciales de primer y segundo orden de las siguientes funciones

1) $3x + 2y + 2z = 5$	2) $x + 2y + 2z = 5$	3) $3x + y + 2z = 5$
4) $3x + 2y + z = 5$	5) $25x + 25y + 25z = 25$	6) $x + y + z = 10$
7) $f(x, y) = \frac{15x+6y}{5x+2y}$	8) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2y}$	9) $f(x, y) = \frac{5x+3y}{4x+2y}$

10) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - 2y^2}$	11) $f(x, y) = \frac{x}{\ln(4x + 2y)}$	12) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 8y - 4}$
---------------------------------------	--	-------------------------------------

7) Dadas las siguientes funciones, determine los próximos incisos que correspondan

1) $3x^2 + 2y^2 = z$	2) $z = 4x^3 + 3y^2$	3) $3x + y + 2z = 5$
4) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2y}$	5) $f(x, y) = \frac{15x + 6y}{5x + 2y}$	6) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - 2y^2}$
7) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^3 - 2y^2}$	8) $f(x, y) = \frac{x}{\ln(4x + 2y)}$	9) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 8y - 4}$
10) $f(x, y) = \sqrt{x^3 - 8y^4 - 4}$	11) $f(x, y) = \sqrt{x^3 - 8y^2}$	12) $f(x, y) = \frac{x^3}{\ln(4x + 2y)}$

- Los valores críticos
- En cual valor crítico se encuentra el máximo y en cual el mínimo.
- Las coordenadas del punto máximo y del punto mínimo.
- Las coordenadas del punto de inflexión.
- La gráfica
- Intervalo donde la función es cóncava hacia abajo y donde es cóncava hacia arriba.
- Intervalo donde la función crece y decrece.

8) Una empresa fabrica dos productos A y B, de modo que su función de beneficios es:

$$B(x, y) = x^2 + 3y^2 - xy - 20$$

donde x e y son, respectivamente, las cantidades producidas de A y B.

- Calcula las funciones de incrementos parciales $\Delta_x B$ e $\Delta_y B$.
- La producción actual de la empresa es $(x, y) = (200, 150)$.
- Calcula las funciones de incrementos parciales para esta producción.
- La empresa tiene la posibilidad de incrementar en 5 unidades la producción de A o de B. Determina cuál de las dos opciones es más conveniente.

9) Suponga que la función de producción de una economía es Cobb-Douglas con un parámetro $\alpha = 0.8$

- ¿Qué proporción de la renta reciben el capital y el trabajo?
- Suponga que un terremoto disminuye un 15% la población trabajadora. ¿Qué ocurre con la producción total (en porcentaje)?
- Suponga un amplio programa en inversión que aumenta un 12% el stock de capital. ¿Qué ocurre con la producción total (en porcentaje)?
- Suponga que un avance tecnológico aumenta un 10% el parámetro A. ¿Qué ocurre con la producción total (en porcentaje)?
- ¿Qué política pública propondría?

10) Si $P(t)$ es el Producto Interior Bruto de un país en un tiempo t, ¿Qué es la derivada $\frac{dP}{dt}$?

11) Una empresa desea estudiar su función de costos, cuya función estiman es:

Grupo: 0210 / EA02

Fecha de aplicación: viernes 20 de octubre de 2017 / 05:00:00 p.m.

Lugar de aplicación: Salón 303

$$C(x, y) = 5x^2 - xy + 2y^2 - y + 30$$

donde x e y son las cantidades producidas de dos artículos.

¿A cuánto ascienden los costes fijos?

Determina la expresión más simple posible para las funciones de incrementos parciales $\Delta_x C$ y $\Delta_y C$.

Utiliza estas expresiones para calcular, por la definición de derivada parcial, las derivadas

$$\frac{dC}{dx} \quad \text{y} \quad \frac{dC}{dy}$$

12) Una empresa fabrica un artículo X a partir de dos factores de producción A y B. La función de producción es $P(x, y) = 10x + 5y + 0.005xy^2$ unidades de X, donde x e y son las cantidades de los factores de producción.

- Calcula la producción actual si se están empleando 100 unidades de A y 80 unidades de B.
- Calcula la producción marginal respecto de y para la producción actual. Indica su interpretación y las unidades en que viene expresada.
- Calcula el incremento
- Qué producción que puede obtenerse si la cantidad empleada del factor B pasa a ser de 82 unidades.