UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ECONOMÍA
EXAMEN EXTRAORDINARIO DE MATEMATICAS I
PROF.: PEDRO MANDUJANO JIMÉNEZ

NOTA: Para tener derecho a realizar el examen extraordinario es necesario entregar la guía resuelta al 100%.

I.- Utilizando las propiedades básicas de conjuntos, los cuales a continuación se enlistan:

1.- Unión: $A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$ **Propiedades:** 1. Idempotencia: $A \cup A = A$ 2. Identidad: $A \cup \Phi = A$; $A \cup U = U$ 3. Conmutativa: $A \cup B = B \cup A$ 4. Asociativa: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ 5. Adición: $A \subseteq (A \cup B)$; $B \subseteq (A \cup B$	**2.- Intersección:** $A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$ **Propiedades:** 1. Idempotencia: $A \cap A = A$ 2. Identidad: $A \cap \Phi = \Phi$; $A \cap U = A$ 3. Conmutativa: $A \cap B = B \cap A$ 4. Asociativa: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ 5. Distributiva: a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 6. $(A \cap B) \subseteq A$; $(A \cap B) \subseteq B$ 7. Si A y B son disjuntos entonces $A \cap B = \Phi$
3.- Complemento: $A' = \{x/x \notin A\}$ **Propiedades:** 1. $(A')' = A$ (Complemento del complemento) 2. $A \cup A' = U$ (Tercer excluido) 3. $A \cap A' = \Phi$ (Contradicción) 4. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (Leyes de De Morgan) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ 5. $U' = \Phi$; $\Phi' = U$	**4.- Diferencia:** $A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$ **Propiedades:** 1. $A - B = A \cap B'$ 2. $A - A = \Phi$ 3. $A - \Phi = A$ 4. $\Phi - A = \Phi$, $U - A = A'$ 5. $A - B = B - A \Rightarrow A = B$ 6. $(A - B) - C \subset A - (B - C)$ 7. $(A - B) \subseteq A$

Resuelva cuando menos 5 de cada una las diferentes propiedades enlistadas, tomando como base los elementos de los siguientes conjuntos:

Sean $A = \{x/ -3 < x < 4, x \in Z\}$ $B = \{x/ 2 \leq x \leq 6, x \in Z\}$ y $C = \{ x/ 5 \leq x \leq 9, x \in Z\}$

2.- Resuelva las siguientes desigualdades e indique lo siguiente:

i).- Grafique la recta **R**
ii).- Obtenga los intervalos y el recorrido

iii).- Determine si los intervalos resultantes son cerrados o abiertos

a.- $\left|-{}^{5x}/_{4}\right| = 1$ b.- $|x^2 - x - 4| = 2$ c.- $|x| \geq 3$ d.- $|x-1| < 3$ e.- $|x-4| > 0$ f.- $|x+2| \geq 5$

g.- $1 - 2x > {}^{x}/_{2} - 3$ h.- $3 - 5x \leq 6 - 5x$ i.- $1 < 3x + 4 \leq 16$ j.- ${}^{7}/_{2} > \frac{1-4x}{5} > {}^{3}/_{2}$

k.- $\frac{-2}{x-4} < 7$ l.- $x^2 - 5x + 4 > 0$ m.- $x^2 - 4x - 12 < 0$ n.- $9x^2 - 4 \geq 0$

3.- Operaciones con funciones.

Con las siguientes funciones realice la adición$(\mathrm{f}+\mathrm{g})$, diferencia $(\mathrm{f}-\mathrm{g})$, multiplicación $(\mathrm{f}\,.\,\mathrm{g})$ y división (f/g), dados las siguientes funciones.

a.- Sean f y g las funciones denotadas por:

$f = \{(1,4), (-2,5), (5,8), (7,-2)\}$
$g = \{(2,5), (1,-3), (5,1), (6,18), (7,13)\}$

b.- Dadas las funciones:

$f(x) = 3x - 2 \quad y \quad g(x) = x^2 + 4$

c.- Dadas las funciones:

$f(x) = \sqrt{x+4} \qquad y \qquad g(x) = \sqrt{x-1}$

3.1 Composición de funciones.

a. Dadas las siguientes funciones determine.

$f = \{x, f(x) \mid f(x) = x^2 - 3; x \in \Re\} \quad y$

$g = \{x, g(x) \mid g(x) = 2x - 1; x \in \Re\}, \ \ Determine\ f\ \ o\ \ g\ \ y\ \ g\ o\ f.$

b.- Dadas las siguientes funciones
$f(x) = \sqrt{x} \ \ y \quad g(x) = x^2 - 1, determine\ H(x)\ \ si\ \ H = f\ o\ g\ y\ encuentre\ el\ dominio\ de\ H.$

$c.-Dadas\ las\ siguientes\ funciones\ f(x) = \sqrt{x}\ \ y\ g(x) = 3x - 2, determinar:$

$i).-f\ o\ f \qquad ii).-g\ o\ g \qquad iii).-f\ o\ g \qquad iv).-g\ o\ f$

4.- Gráfica de una función real de variable real.

a.- Mediante una tabla de valores, obtenga un bosquejo de las gráficas de las funciones siguientes y además para cada caso, determinar el Dominio, Rango, y raíces de cada una de las ecuaciones siguientes:

$i.\ f(x) = 3x + 1 \ \ ii.\ g(x) = x^2 - 1 \ \ iii.\ f(x) = 3 - 2x\ \ con\ -1 \leq x < 4 \ \ iv.\ g(x) = 4 - x^2\ con - 2 < x \leq \frac{5}{2}$

v. Hallar el dominio, graficar y determinar el rango de las funciones (en la misma gráfica).

$$f(x)=\begin{cases}-x^2 & x\leq 0;\\ 1 & 0<x<1\ ;\\ x^2+1 & 1\leq x;\end{cases}$$

5.- Límite de una función.

i.- $Sea\ f(x)=\frac{x^2-2x-3}{x-3}\ \ con\ x=3.$

$¿Qué\ puede\ decir\ acerca\ de\ \lim_{x\to 0} f(x)\,?$

5.1 Algebra de límites.

$Considerando\ que\ \lim_{x\to 2} g(x)=-8,\ \ \lim_{x\to 2} g(x)\ =4\ \text{"}solamente\ para\ primer\ caso\text{"}$

$$i.\ \lim_{x\to 2}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]^5 \quad ii.\ \lim_{x\to -2}\sqrt{x^4-2x+1} \quad iii.\ \lim_{x\to 1}\frac{x^4-1}{x^3-1} \quad iv.\ \lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2} \quad v.\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$$

6.- El costo de fabricación de q automóviles eléctricos, en miles de unidades monetarias, es de

$$C(q)=5q^3+13q^2+14$$

mientras que el ingreso, también en miles de unidades monetarias, es de,

$$I(q)=q^4-5q$$

Demostrar que existe un valor entre 2 y 10, de la variable q, donde el fabricante no gana ni pierde.

7.- Por el método de los 4 pasos resuelva las siguientes derivadas.

$$i.\ y=x-0.2x^2 \quad ii.\ y=x^2+3 \quad iii.\ u=\frac{5}{4+v^2} \quad iv.\ y=(a-bx)^3 \quad v.\ s=\sqrt{1-t^2} \quad vi.\ \ y=\frac{1}{\sqrt{ax}}$$

8.- Por el método directo resuelva las siguientes derivadas.

$$a.\ f(x)=\sqrt{x^2-a^2} \quad b.\ f(x)=3x^2\sqrt{2x-1} \quad c.\,f(x)=\frac{4+x^2}{\sqrt{4-x^2}} \quad d.\ f(x)=\frac{2+ax^2}{2-ax^2} \quad e.\ f(x)=\sqrt{\frac{1-2x}{1-2x}}$$

$$f.\,g(x)=\sqrt{2t-\frac{1}{t^2}} \quad g.\ f(x)=\sqrt{2x}+\frac{2}{\sqrt{2x}} \quad h.\ f(u)=(v+a)^2\sqrt{v^2+a} \quad i.\ f(x)=e^{v\ln u} \quad j.\ f(x)=\ln\,(1+x^2)$$

$$k.\ f(x)=ln\sqrt{\frac{1-2x}{1-2x}} \quad l.\ f(x)=x^2\,ln\,x^2 \quad m.\ f(x)=\log(x^2-4) \quad n.\ f(x)=e\sqrt{x} \quad ñ.\ \ f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$$

9.- Hallar $f'(\mathrm{x})$ para las siguientes funciones. (Derivación de funciones implícitas).

1. $x^2 - 2xy + y^2 = 6$ 2. $\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{y}} = a$ 3. $x - \sqrt{xy} + y = 1$ 4. $x^2 = \frac{y^2 - a}{y^2 + a}$ 5. $\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 1$

6. $4x^2 - 8y + 12 = 0$ 7. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ 8. $x^2 + y^2 = r^2$

10. Aplicaciones económicas.

1.- Determine la elasticidad precio de la demanda, cuando se observa que la economía se manifiesta de la manera siguiente, con la función $Q_d = 650 - 5P - P^2,\ en\ donde\ P = 10.$

2.- Determine los valores críticos para la maximización de beneficios, utilizando:

$$\mathrm{CM} = \mathrm{YM}, \text{cuando } \mathrm{YT} = 22\mathrm{Q} - 2Q^2 \quad y \quad CT = \frac{1}{3}Q^3 - 10Q^2 + 10Q + 45$$

3.- Determínese la elasticidad de precios de la oferta para cada una de las funciones que siguen en P=3 y P=5.

$a.\ \ Q = -2 + .08P \quad y \quad b.\ Q - 1.5P + 3 = 0$

Bibliografía:

Budnick, Frank S. “Matemáticas aplicadas para administración economía y ciencias sociales”. 4ª. Edición. Editorial: Mc Graw Hill. México 2006.

Chian, Alpha C. Métodos fuandamentales de economía matemática. 4ª. Edición. Editorial: Mc Graw Hill. México 2006.

Dowling, Edward. “Matemáticas para economistas”. Editorial: Mc Graw Hill. Estado de México 1990.

Haeussler, Ernest. Matemáticas para administración y economía. 12ª. Edición. Editorial: a2a. Edición. Editorial: Pearson Educación. México 2008.

Weber, Jean. Matemáticas para administración y economía. Cuarta Edición. Editorial: Oxford. 4ª. Edición. México, D.F 1999.